FRANCESCO AVALLONE

ESERCIZI HOWEWORK 1

ESERCIZIO 1.1:

Numero 1:

Quest’affermazione risulta essere non sempre vera.

Se consideriamo ad esempio, allora otterremo , che risulta essere vero dato che per una qualsiasi costante moltiplicativa c > 0 avremo che   
 , ma se consideriamo ad esempio , quest’affermazione non è più vera poiché decresce molto più velocemente di , e non rappresenta più un O di f(n).

Numero 2:

Quest’affermazione risulta essere vera poiché:

risulta essere sempre vera poiché f(n) sommata ad una sua maggiorazione non è altro che una maggiorazione di f(n);

risulta anche questa essere sempre vera poiché il primo termine dell’equazione sarà almeno uguale al secondo.

Avendo dimostrato queste due relazioni, abbiamo anche dimostrato quella originaria, che risulta quindi essere sempre vera.

Numero 3:

Quest’affermazione non risulta essere vera in generale, dato che la prima relazione rappresenta un limite asintotico inferiore mentre la seconda rappresenta un limite asintotico superiore, pertanto queste definizioni potrebbero andare in contrasto. E’ possibile però che queste due relazioni siano vere entrambe quando f(n) e g(n) hanno lo stesso andamento asintotico, poiché a meno di una costante moltiplicativa rappresentano la stessa funzione.

Ad esempio f(n) = 4n e g(n) = n. Scegliendo delle opportune costanti moltiplicativa, potremo asserire che la relazione sarà vera.

In tal caso però, risulta anche essere che  *.*

ESERCIZIO 1.2:

Numero 1:

In questo caso la disequazione risulta essere sempre soddisfatta poiché, per n >1, , quindi è sempre verificata

Numero 2:

Al fine di poter trovare una costante positiva tale per cui , possiamo considerare il caso limite n = 1, ottenendo:

. Affinché la disequazione risulti soddisfatta, dobbiamo scegliere un c pari almeno a 2.

Numero 3:

Per risolvere la disequazione ricorreremo al medesimo stratagemma del punto precedente.

, pertanto basterà scegliere una qualsiasi c con valore almeno pari a 2

ESERCIZIO 1.3:

Prese qualsiasi costanti reali a e b, con , è possibile dimostrare che:

ESERCIZIO 1.4:

Numero 1:

Questa ricorrenza rientra effettivamente nella terza condizione del teorema dell’esperto, infatti otteniamo:

Pertanto potremo affermare che

Numero 2:

Applicando nuovamente il teorema dell’esperto possiamo notare che:

Risulta quindi verificata la prima condizione del teorema dell’esperto e possiamo asserire che: